

2019 年度入学 第 1 期
日本大学联合学力测试
上级数学

2017 年 11 月实施

(90 分钟)

在考试开始前请勿打开本考卷，仔细阅读下述注意事项。

请填写考试编号与姓名。

注意事项

1. 考卷共 3 页。
2. 答题纸为单面 1 张。
3. 若发现本考卷存在印刷不清晰、缺页、错页或答题纸污损时，请举手告知监考老师。
4. 考卷上共有 3 大项必答题目。
5. 答题纸上请同样填写准考证号与姓名。
6. 答题时请务必使用黑色铅笔，将答案填写在答题纸指定栏中。
7. 考卷上可书写笔记或计算草稿等。
8. 考试结束时，请再次确认准考证号、姓名，并按照监考老师指示提交答题纸与考卷。

准考证号	姓名

1

xy 平面上有

$$\text{圆 } C: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$$

$$\text{直线 } l: (3a + 1)x - (3a + 5)y - 6a + 22 = 0 \quad (a \text{ 为实常数})$$

- (1) 求 C 的圆心坐标及半径。
- (2) 求无论 a 为何值 l 均会通过的点的所在坐标。
- (3) 求 l 与 C 相切时所有可能的 a 值。
- (4) 假设 a 的值为 (3) 中所得的最大值。

假设圆 C 关于直线 l 的对称图形为 C_1 , C_2 为与 C_1 外切且与 x 轴相切的圆。

- (i) 求 C_1 的圆心坐标。
- (ii) 求由 C_2 的圆心组成的图形的方程式。

2

假设 a 为正的常数且 $a \neq 1$ 。

(1) 关于 x 的函数

$$y = 4^x - a \cdot 2^{x+1} + 3a^2 + a$$

设 $2^x = t$ 。

(i) 求 t 值的取值范围。

(ii) 用 t 和 a 表示 y 。

(iii) 用 a 表示 y 的最小值。

(2) 关于 x 的函数

$$f(x) = \log_a(4^x - a \cdot 2^{x+1} + 3a^2 + a)$$

(i) 当 $a = 2$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值。

(ii) 当 $f(x)$ 的最小值为 3 时, 求 a 的值。

(iii) 对于任意实数 x , $f(x) \leq 0$ 恒成立时, 求 a 的取值范围。

3

假设 a 、 b 为正整数， p 、 q 为实常数。假设 x 的多项式

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 + (2a^2 + 2a - b - 2)x - a^2 + 2a + b + 3$$

除以 $x^2 - 2ax - 2$ 的商为 $x - a$ ，余数为 $px + q$ 。

(1) 用 a 、 b 表示 p 和 q 。

(

2) 假设 $\beta = a + \sqrt{3}$ ， β 的整数部分为 r 。

(i) 用 a 表示 r 。

(ii) 当 $f(r) = 0$ 时，求数组 (a, b) 所有可能的取值。

(iii) 假设 $f(\beta) = \sqrt{3} + c$ (c 为有理数)。分别求 a 、 b 、 c 的值。