

2019 年度入學 第 1 期
日本大學聯合學力測試
上級數學

2017 年 11 月實施

(90 分鐘)

在考試開始前請勿打開本考卷，仔細閱讀下述注意事項。
請填寫考試編號與姓名。

注意事項

1. 考卷共 3 頁。
2. 答題紙為單面 1 張。
3. 若發現本考卷存在印刷不清晰、缺頁、錯頁或答題紙污損時，請舉手告知監考老師。
4. 考卷上共有 3 大項必答題目。
5. 答題紙上請同樣填寫准考證號與姓名。
6. 答題時請務必使用黑色鉛筆，將答案填寫在答題紙指定欄中。
7. 考卷上可書寫筆記或計算草稿等。
8. 考試結束時，請再次確認准考證號、姓名，並按照監考老師指示提交答題紙與考卷。

准考證號	姓名

1

xy 平面上有

$$\text{圓 } C : x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$$

$$\text{直線 } l : (3a + 1)x - (3a + 5)y - 6a + 22 = 0 \quad (a \text{ 為實常數})$$

- (1) 求 C 的圓心座標及半徑。
- (2) 求無論 a 為何值 l 均會通過的點的所在座標。
- (3) 求 l 與 C 相切時所有可能的 a 值。
- (4) 假設 a 的值為 (3) 中所得的最大值。

假設圓 C 關於直線 l 的對稱圖形為 C_1 ， C_2 為與 C_1 外切且與 x 軸相切的圓。

- (i) 求 C_1 的圓心座標。
- (ii) 求由 C_2 的圓心組成的圖形的方程式。

2

假設 a 為正的常數且 $a \neq 1$ 。

(1) 關於 x 的函數

$$y = 4^x - a \cdot 2^{x+1} + 3a^2 + a$$

設 $2^x = t$ 。

- (i) 求 t 值的取值範圍。
- (ii) 用 t 和 a 表示 y 。
- (iii) 用 a 表示 y 的最小值。

(2) 關於 x 的函數

$$f(x) = \log_a(4^x - a \cdot 2^{x+1} + 3a^2 + a)$$

- (i) 當 $a = 2$ 時，求 $f(x)$ 的最小值。
- (ii) 當 $f(x)$ 的最小值為 3 時，求 a 的值。
- (iii) 對於任意實數 x ， $f(x) \leq 0$ 恒成立時求 a 值的範圍。

3

假設 a 、 b 為正整數， p 、 q 為實常數。假設 x 的多項式

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 + (2a^2 + 2a - b - 2)x - a^2 + 2a + b + 3$$

除以 $x^2 - 2ax - 2$ 的商為 $x - a$ ，餘數為 $px + q$ 。

- (1) 用 a 、 b 表示 p 和 q 。
- (2) 假設 $\beta = a + \sqrt{3}$ ， β 的整數部分為 r 。
 - (i) 用 a 表示 r 。
 - (ii) 當 $f(r) = 0$ 時，求數組 (a, b) 所有可能的取值。
 - (iii) 假設 $f(\beta) = \sqrt{3} + c$ (c 為有理數)。分別求 a 、 b 、 c 的值。